

La sonrisa de la volatilidad en los mercados de opciones

En este trabajo se ponen de manifiesto los principales problemas que en la práctica se presentan al emplear la conocida fórmula de Black-Scholes para calcular los precios de las opciones. En concreto se describe la anomalía conocida como sonrisa de volatilidad (relación empírica que se observa entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio) y se apuntan las posibles causas de la misma así como las distintas formas que se han propuesto para incorporar este efecto en las fórmulas de valoración de opciones.

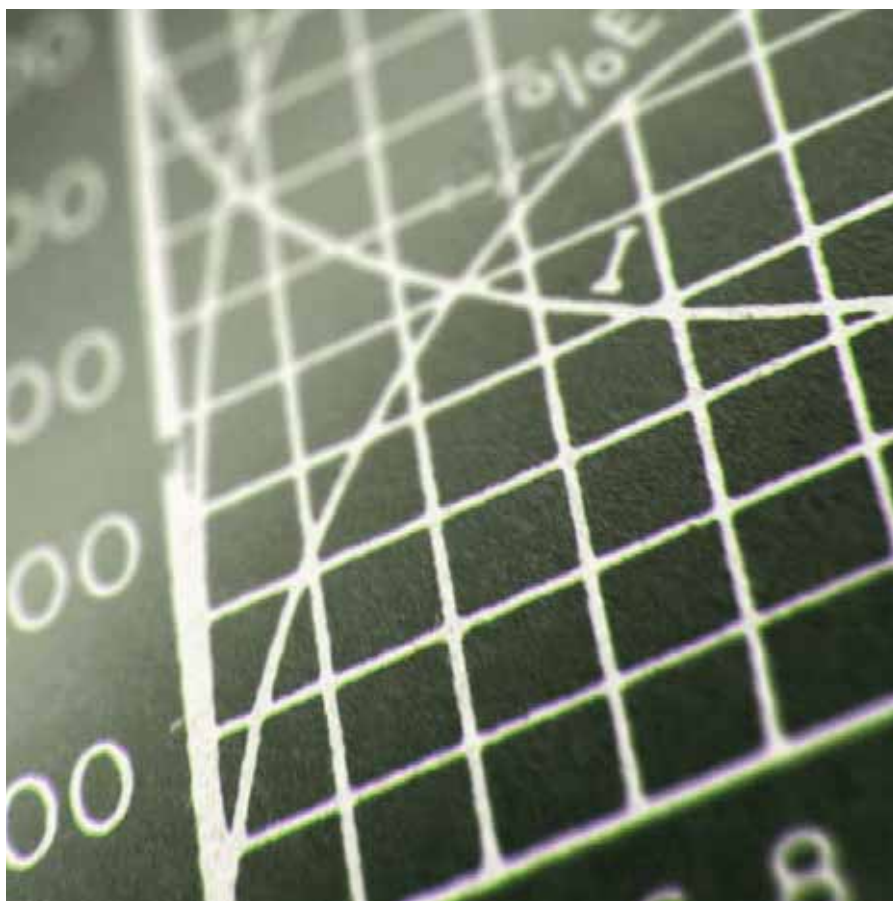
Gregorio Serna,
Profesor de Economía Financiera
Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales
de Toledo

LA FÓRMULA DE BLACK-SCHOLES Y LOS PROBLEMAS DE ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD

La fórmula de valoración de opciones de Black-Scholes ha sido y es una de las más ampliamente utilizadas en la práctica en el campo de la Economía Financiera. La fórmula original planteada por Black y Scholes en 1973 permite obtener un precio teórico para una opción europea sobre acciones que no pagan dividendos en función del valor actual del activo subyacente, el precio de ejercicio, el tiempo que falta para el vencimiento, el tipo de interés libre de riesgo y la volatilidad del activo subyacente. Con posterioridad se ha perfeccionado el modelo permitiendo, por ejemplo, que el subyacente pague dividendos conocidos previamente, lo que permite extender la fórmula para valorar opciones sobre índices bursátiles y divisas. Asimismo, han aparecido fórmulas para valorar otro tipo de opciones más complejas, como pueden ser opciones americanas o exóticas.

Es interesante observar que de las variables mencionadas anteriormente, la única que es desconocida a la hora de valorar una opción es la volatilidad del subyacente. Por tanto, obtener una buena estimación de la volatilidad es crucial para valorar una opción. Como es sabido, la volatilidad es una medida de la incertidumbre sobre el comportamiento futuro de un activo, que se mide habitualmente como la desviación típica de la rentabilidad de dicho activo.

Una posibilidad para estimar la volatilidad es acudir a una serie histórica de precios del activo subyacente. La desviación típica de las rentabilidades del subyacente cal-



culada a partir de la serie histórica puede ser empleada como una estimación de la volatilidad de dicho activo.

Otra posibilidad ampliamente difundida para estimar la volatilidad es acudir a lo que se ha dado en llamar volatilidades implícitas. La volatilidad implícita en el precio de mercado de una opción es el valor de la volatilidad que, introducido en la fórmula de Black-Scholes, proporciona un valor teórico igual al valor de mercado de la misma.

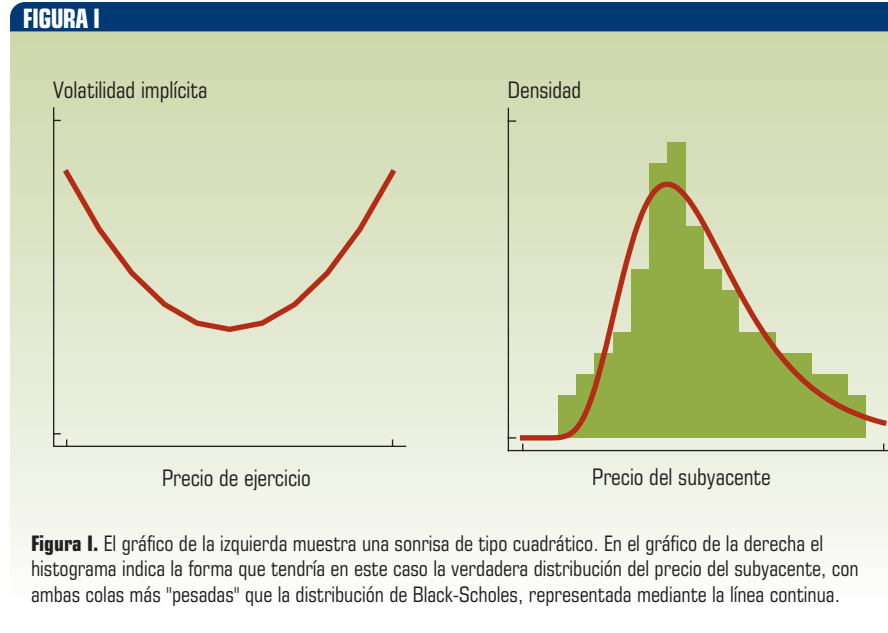
El principal problema que presenta el cálculo de la volatilidad implícita en el precio de mercado de una opción es que no es posible invertir la fórmula de Black-Scholes para despejar la volatilidad en función del precio de la opción y del resto de variables. No obstante, en la actualidad existen multitud de programas informáticos que calculan de forma inmediata las volatilidades implícitas mediante procedimientos numéricos.

Una vez obtenida la volatilidad implícita en el precio de mercado de una opción, puede emplearse para valorar otras opciones negociadas posteriormente. Sin embargo, como analizaremos a continuación, las volatilidades implícitas deben emplearse con cautela a la hora de valorar opciones.

LA SONRISA DE LA VOLATILIDAD: POSIBLES EXPLICACIONES

A pesar de la gran popularidad de la fórmula de Black-Scholes, en los últimos años han aparecido multitud de estudios poniendo de manifiesto importantes sesgos en el comportamiento empírico de dicha fórmula, sobre todo después del "crash" de 1987. Por ejemplo, Rubinstein (1994) encuentra que, para opciones sobre el índice S&P 500, el modelo de Black-Scholes funcionó relativamente bien hasta 1986. Sin embargo, a partir de 1987 la situación comenzó a deteriorarse, obteniéndose errores de valoración que aproximadamente doblaban los del año anterior. Desde 1987 los errores han sido cada vez mayores. Estos resultados han sido confirmados por trabajos posteriores no sólo en el mercado americano, sino también en otros mercados.

Además de esa creciente divergencia entre los precios de mercado y los obtenidos mediante la fórmula de Black-Scholes, cuando se invierte dicha fórmula para obtener la



volatilidad implícita en el precio de mercado de las opciones, se encuentra sistemáticamente que las volatilidades implícitas tienden a estar relacionadas con el precio de ejercicio. Esta característica empírica contradice la fórmula de Black-Scholes, ya que dado que la volatilidad es una característica del activo subyacente, todas las opciones sobre el mismo activo deberían tener la misma volatilidad implícita. La relación empírica que se observa entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio se ha dado en llamar sonrisa de volatilidad (volatility smile en la literatura anglosajona). Esta relación adopta usualmente dos tipos de patrones, ya sea una función cuadrática o bien una función decreciente (véanse figuras I y II respectivamente).

Asimismo, se ha encontrado una relación positiva entre las volatilidades implícitas y el plazo de expiración de las opciones (efecto estructura temporal de la volatilidad), si bien la magnitud de este efecto plazo para el vencimiento es considerablemente menor que la del efecto precio de ejercicio.

Estos resultados han sido confirmados por otros estudios similares, véanse por ejemplo los trabajos de Peña, Rubio y Serna (1999 y 2001) en el mercado español. Así, aunque la forma exacta y la magnitud de estos efectos varía de día en día, las asimetrías persisten y contradicen el modelo de Black-Scholes, que asume una volatilidad

constante.

Para tratar de comprender el efecto sonrisa de volatilidad, Hull (2002) analiza la relación existente entre la forma de la sonrisa de volatilidad y la distribución que se asume para el valor del activo subyacente en el momento del vencimiento. El modelo de Black-Scholes asume que la distribución de la rentabilidad del activo subyacente durante el tiempo que falta para el vencimiento de la opción es normal.

Los citados efectos de volatilidad no constante estarían sugiriendo que los participantes del mercado están atribuyendo implícitamente una distribución distinta de la asumida por Black-Scholes. A continuación consideraremos dos desviaciones respecto a la distribución que asume la fórmula de Black-Scholes de especial importancia en la práctica.

SONRISA DE VOLATILIDAD DE PATRÓN CUADRÁTICO

Consideremos en el primer lugar el caso de que la verdadera distribución del precio del subyacente tiene colas más "pesadas" que la distribución de Black-Scholes (ver figura I). En este caso la sonrisa de volatilidad adoptaría un patrón de tipo cuadrático. Para comprobarlo considérese una opción de compra considerablemente fuera de dinero, es decir con un precio de ejercicio considerablemente mayor que el precio actual del subyacente. Esta opción se situaría en la parte derecha del primer

> gráfico de la figura I. Esta opción sólo tendrá valor si se produce un gran aumento en el precio del subyacente. Por tanto, su valor sólo dependerá de la cola derecha de la distribución.

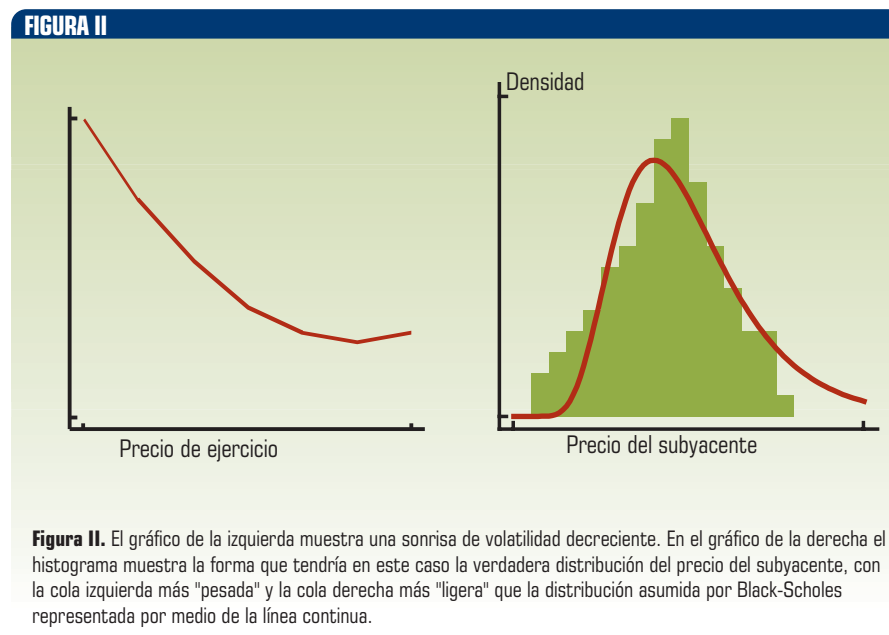
Análogamente, una opción de venta considerablemente fuera de dinero, con precio de ejercicio considerablemente menor que el precio actual del subyacente, que se situaría en la parte izquierda del primer gráfico de la figura I, sólo tendrá valor si se produce un gran descenso en el precio del subyacente. Por tanto, su valor sólo dependerá de la cola izquierda de la distribución.

En el segundo gráfico de la figura I el histograma muestra la forma de la verdadera distribución de probabilidad del subyacente mientras que la línea continua muestra la distribución asumida por la fórmula de Black-Scholes. Entonces, si la verdadera distribución tiene colas más "pesadas" que la de Black-Scholes, los precios de mercado de opciones fuera de dinero tenderán a ser mayores que los que se obtendrían mediante la fórmula de Black-Scholes. Equivalentemente, la fórmula de Black-Scholes tenderá a infravalorar las opciones de compra y de venta fuera de dinero (así como las opciones en dinero tanto de compra como de venta, por la paridad put-call), tal como se aprecia en la figura I, provocando una sonrisa de volatilidad de tipo cuadrático.

Sonrisas de volatilidad de tipo cuadrático tienden a observarse en los mercados de opciones sobre divisas. Según Hull (2002) una posible explicación estaría asociada con los saltos que se observan en los tipos de cambio como consecuencia de las decisiones de los bancos centrales, que tienden a aumentar la volatilidad de los tipos de cambio, aumentando tanto la probabilidad de grandes caídas como la probabilidad de grandes subidas, generando distribuciones con las colas "pesadas".

SONRISAS DE PATRÓN DECRECIENTE

Consideremos ahora el caso de que la verdadera distribución de probabilidad del precio del subyacente tenga la cola izquierda más "pesada" y la cola derecha más "ligera" que la de Black-Scholes, como se aprecia en la figura II. Esta situación se correspondería con una sonrisa de volatilidad



decreciente. En este caso la verdadera probabilidad de grandes caídas en el precio del subyacente es mayor que la probabilidad que se derivaría de la distribución asumida por Black-Scholes. Por tanto, los precios de mercado de las opciones de venta fuera de dinero (y de compra en dinero por la paridad put-call) tenderían a ser mayores que los precios derivados de la fórmula de Black-Scholes.

Por otra parte, dado que la verdadera probabilidad de grandes subidas en el precio del subyacente es menor que la derivada de la distribución asumida por Black-Scholes, los precios de mercado de las opciones de venta en dinero (y de compra fuera de dinero) tenderán a ser menores que los teóricos. Equivalentemente, la fórmula de Black-Scholes tenderá a sobrevalorar las opciones de venta en dinero (y las opciones de compra fuera de dinero) y a infravalorar las opciones de compra en dinero (así como las opciones de venta fuera de dinero).

Sonrisas de volatilidad como la representada en la figura II tienden a observarse en los mercados de opciones sobre acciones y sobre índices bursátiles. La explicación podría estar relacionada con la conocida relación negativa observada entre el precio de las acciones y la volatilidad. Así, es frecuente observar que la volatilidad del precio de las acciones tiende a aumentar cuando los precios disminuyen, "engrosando" la cola izquierda de la distribución, posible-

mente como consecuencia del mayor riesgo percibido por los inversores para las acciones de la empresa en cuestión. Análogamente, la volatilidad del precio de las acciones tiende a disminuir cuando los precios suben, "aligerando" la cola derecha de la distribución, como consecuencia del menor riesgo percibido.

Según Rubinstein (1994), el "crash" de octubre de 1987 cambió el punto de vista de los participantes del mercado sobre las opciones, asignando mayores probabilidades a grandes caídas que a grandes subidas en el precio del subyacente. Esto provocaría que los inversores estén implícitamente asumiendo distribuciones asimétricas como la de la figura II, provocando sonrisas de volatilidad decrecientes.

APLICACIONES AL MERCADO DE DERIVADOS ESPAÑOL

Peña, Rubio y Serna (1999 y 2001) analizan la forma de la sonrisa de volatilidad en el mercado de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35. Estos autores obtienen que la sonrisa de volatilidad en el mercado español se ajusta mejor a una función de tipo cuadrático que a una de tipo lineal, si bien la rama derecha de la curva parece ser "más corta" que la izquierda, lo cual sería consistente con una distribución de probabilidad asimétrica como la de la figura II. Además, la sonrisa en el mercado español presenta un elevado grado de estacionali-

dad diaria. Así, la sonrisa de volatilidad se hace más pronunciada conforme avanza la semana, aumentando su grado de curvatura. Este hallazgo sugiere que la liquidez, que tiende a ser menor al comienzo de la semana, podría estar relacionada con la forma de la sonrisa de volatilidad. De hecho, Peña, Rubio y Serna (1999 y 2001) obtienen que los costes de liquidez, aproximados mediante la horquilla de precios o diferencial "bid-ask", son un determinante clave de la sonrisa de volatilidad, aumentando la curvatura de la misma.

ALTERNATIVAS A BLACK-SCHOLES

Dada la contundente evidencia empírica existente en contra de los supuestos de la fórmula de Black-Scholes, los investigadores han tratado de proponer modelos alternativos que traten de incorporar el efecto sonrisa de volatilidad. Básicamente estos modelos pueden clasificarse en dos grandes grupos.

En un primer grupo se incluirían los modelos que permiten que la volatilidad no sea constante como en el modelo de Black-Scholes, sino variable, ya sea permitiendo que la volatilidad sea aleatoria o una función del precio de ejercicio, en ambos casos a costa lógicamente de introducir una mayor complejidad matemática. Sin embargo, empíricamente se ha comprobado que estos nuevos modelos no son capaces de mejorar sistemáticamente el comporta-

miento de la fórmula de Black-Scholes. Únicamente se han obtenido mejoras relativamente marginales, que pierden gran parte de su potencial utilidad si tenemos en cuenta la mayor complejidad matemática introducida. En concreto en el mercado español, los modelos de volatilidad estocástica son rechazados por Fiorentini, León y Rubio (2002) y los de volatilidad en función del precio de ejercicio por Serna (2002). De hecho, un modelo de Black-Scholes con volatilidades variables, donde cada opción se valora utilizando la volatilidad implícita en el precio de mercado de otra opción negociada anteriormente con el mismo precio de ejercicio y el mismo vencimiento que la opción que se pretende valorar, parece comportarse mejor que cualquier otro modelo más elaborado.

En un segundo grupo de modelos se incluirían los que tratan de modificar la distribución del precio del activo subyacente que asume el modelo de Black-Scholes, permitiendo que se acomode a las regularidades empíricas observadas en la práctica. Así, se han propuesto distribuciones con la cola izquierda más "pesada" que la derecha, para permitir el conocido efecto asimétrico aludido anteriormente. Se han presentado en el mercado norteamericano varios estudios que favorecen este tipo de modelos en relación al de Black-Scholes, sin embargo no existe todavía una evidencia clara sobre su comportamiento en el mercado español. Como se puso de manifiesto anteriormente,

la potencial mejoría en el comportamiento empírico de estos nuevos modelos, en relación al de Black-Scholes, debe ser lo suficientemente importante como para que su utilización sea factible, una vez tenida en cuenta la mayor complejidad matemática que introducen. ■

BIBLIOGRAFÍA

- BLACK, F. y M. SCHOLES (1973): "The pricing of options and corporate liabilities". *Journal of Political Economy*, vol. 81, pp. 637-659.
- FIORENTINI, G.; LEÓN, A. y RUBIO, G. (2002): "Estimation and empirical performance of Heston's stochastic volatility model: The case of a thinly traded market". *Journal of Empirical Finance*, vol. 9, pp. 225-255.
- HULL, J.C. (2002): "Introducción a los mercados de futuros y opciones". Prentice-Hall.
- PEÑA, I; RUBIO, G. y SERNA, G. (1999): "Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function". *Journal of Banking and Finance*, vol. 23, pp. 1151-1179.
- PEÑA, I; RUBIO, G. y SERNA, G. (2001): "Smiles, bid-ask spreads and option pricing". *European Financial Management*, vol. 7, pp. 351-374.
- RUBINSTEIN, M. (1994): "Implied binomial trees". *The Journal of Finance*, vol. 49, pp. 771-818.
- SERNA, G. (2002): "Valoración de opciones con sonrisas de volatilidad: Aplicación al mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35". *Revista española de financiación y contabilidad*, vol 31, pp. 1203-1227.

LA BOLSA DEL NUEVO MILENIO

VISITA GUIADA AL PALACIO DE LA BOLSA Y SU EXPOSICIÓN

VISITAS INDIVIDUALES

Horario: A las 12.00h. de Lunes a Viernes
 Departamento de Promoción de Mercado
 Telef: 91.589.22.64

VISITAS EN GRUPOS

Centros de Enseñanza Secundaria (Grupos de 30 personas como máximo)
 Reservas: Dpto. de Comunicación y RR EE. Celsa Blanco
 Teléfono: 91.589.13.10. e-mail: cblanco@bolsamadrid.es

Otros grupos (Grupos de 25 personas como máximo)
 Reservas: Dpto. de Promoción de Mercado. Carmen Galindo
 Teléfono: 91.589.22.64. Fax: 91.589.14.17.
 e-mail: cgalindo@bolsamadrid.es

Plaza de la Lealtad, 1. 28014, Madrid. Teléfono: 91 589 16 01
<http://www.bolsamadrid.es>